

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**БЭРОВСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ФУНКЦИЙ**

Направление подготовки 01.06.01 Математика и механика

Направленность: Дифференциальные уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление

Квалификация (степень) выпускника: Исследователь. Преподаватель-  
исследователь

**Кострома**

Рабочая программа дисциплины «Бэровская классификация функций» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 года № 866 с изменениями и дополнениями от 30 апреля 2015 года.

Разработал: Ширяев Кирилл Евгеньевич, доцент кафедры высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензент: Землякова Ирина Владимировна, заведующий кафедрой высшей математики, доктор технических наук, профессор

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой  
высшей математики



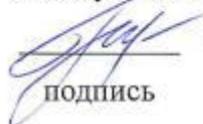
Землякова Ирина Владимировна,  
доктор технических наук, профессор

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 28 января 2021 г.

Заведующий кафедрой высшей математики



Матьцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

подпись

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Дисциплина «Бэровская классификация функций» является специальным математическим курсом для аспирантов направленности 01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление». Курс является продолжением курса «Теория показателей», завершая рассмотрение показателей с точки зрения их характерных свойств.

**Цель изучения дисциплины** – формирование у аспирантов углубленных знаний о поведении показателей как функций правой части системы на множестве таких систем, наделенных той или иной топологией.

### **Задачи дисциплины:**

- сформировать у аспирантов представление о пространстве систем и топологии на нем;
- дать основные понятия Бэровской теории функций, рассмотреть понятия категории и типичности;
- сформировать знание свойств показателей как функций правой части в терминах Бэровской классификации функций;
- обучить использовать свойство типичности при решении задач на устойчивость.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Бэровская классификация функций», должны **знать**:

- определения классов Бэра, важнейшие факты теории функций Бэра;
- теоремы о классификации показателей;
- методы их доказательства (метод оценки сверху, метод поворотов Миллионщикова).

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Бэровская классификация функций», должны **уметь**:

- сравнивать топологии и делать элементарные выводы из этого сравнения о поведении функций;
- доказывать непрерывность и полунепрерывность соответствующих показателей;
- делать выводы о типичности свойств из принадлежности к Бэровскому классу.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Бэровская классификация функций», должны **владеть**:

- методами исследования классов Бэра показателей;
- методикой оценки типичности свойств при принадлежности показателей линейных систем к первому или второму Бэровскому классу.

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Бэровская классификация функций», должны **освоить компетенцию**:

- ПК-2 (способность использовать смежные области современной математики при постановке и решении задач специализации).

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Бэровская классификация функций» относится к вариативной части учебного плана, к обязательным дисциплинам. Изучается в 4 семестре. Дисциплина обеспечивает приобретение компетенций в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта нового поколения.

**Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:**

– «Теория показателей», «Математическая теория устойчивости» (для компетенции ПК-2).

**Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:**

– научно-исследовательской деятельности и подготовке научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук, представления научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы (диссертации) (для компетенции ПК-2).

#### **4. Объем дисциплины (модуля)**

##### **4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических (астрономических) часов и виды учебной работы**

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	2
Общая трудоемкость в часах	72
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	10
Лекции	4
Практические занятия	4
Практическая подготовка	2
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	62
Форма промежуточной аттестации	Зачет в 4 семестре

##### **4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося**

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	4
Практические занятия	4
Практическая подготовка	2
Лабораторные занятия	-
Консультации (на группу)	0,5
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	-
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	10,75

## 5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### 5.1. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия				Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Практическая подготовка	Лаб.	
1	Введение в теорию множеств	8	1			-	7
2	Бэровские функции	19	1	2		-	16
3	Показатели в равномерной топологии	19	1	1	2	-	15
4	Показатели в компактно-открытой топологии	26	1	1		-	24
Зачет		-				-	
Итого:		2/72	4	4	2	-	62

### 5.2. Содержание

**Тема 1. Введение в теорию множеств.** Всюду плотные и нигде не плотные множества. Множества первой и второй категорий.

**Тема 2. Бэровские функции.** Типичность по Бэру. Функции первого класса Бэра. Теорема Бэра. Непрерывность как типичное свойство функций первого класса. Пример функции второго класса. Типичное свойство функции второго класса.

**Тема 3. Показатели в равномерной топологии.** Непрерывность показателя одномерной системы. Принадлежность показателя Ляпунова второму классу Бэра. Полунепрерывность центрального и особого показателей. Вспомогательные показатели.

**Тема 4. Показатели в компактно-открытой топологии.** Принадлежность показателей второму классу Бэра. Пример непринадлежности первому классу. Компактно-открытая топология на множестве неограниченных систем. Нерешенные задачи.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Литература для проведения практических занятий и самостоятельной работы обучающихся:

[1] **Немыцкий В. В.** Качественная теория дифференциальных уравнений / В. В. Немыцкий, В. В. Степанов. - М. ; Л. : ОГИЗ Государственное изд-во технико-теоретической лит., 1947. - 448 с. : ил. - ISBN 978-5-4475-1957-5 ; То же [Электронный ресурс]. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=255775>

## 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Введение в теорию множеств	Изучение литературы, решение задач	7	Лекционный материал, [1] (с. 134-154)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
2	Бэровские функции	Изучение литературы, решение задач	16	Лекционный материал, [1] (с. 149-152)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
3	Показатели в равномерной топологии	Изучение литературы, решение задач	15	Лекционный материал, [1] (с. 163-167)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование
4	Показатели в компактно-открытой топологии	Изучение литературы, решение задач	24	Лекционный материал, [1] (с. 183-186)	Индивидуальная консультация, устный опрос, индивидуальное собеседование

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий

№	Наименование темы	Содержание практического занятия	Рекомендуемые материалы для практического занятия
1	Введение в теорию множеств	Построение всюду плотных и нигде не плотных множеств. Множества первой и второй категорий, их примеры	[1], с. 127-132
2	Бэровские функции	Функции первого класса Бэра. Непрерывность как типичное свойство функций первого класса. Пример функции второго класса. Типичное свойство функции второго класса	[1], с. 142-145
3	Показатели в равномерной топологии	Принадлежность показателя Ляпунова второму классу Бэра. Полунепрерывность центрального и особого показателей	[1], с. 161-170
4	Показатели в компактно-открытой топологии	Пример непринадлежности первому классу. Компактно-открытая топология на множестве неограниченных систем	[1], с. 183-186

## 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия по данной дисциплине не запланированы.

## 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Курсовые работы по данной дисциплине не запланированы.

## 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

<i>Основная литература</i>		
1	<b>Кляцкин В. И.</b> Очерки по динамике стохастических систем : монография / В. И. Кляцкин ; РАН, Ин-т физики атмосферы им. А. М. Обухова . - М. : КРАСАНД, 2012. - 442 с. - (Синергетика: от прошлого к будущему / Г. Г. Малинецкий (пред. редкол.) ; № 59). - Библиогр.: с. 432-437. - Предмет. указ.: с. 438-442. - ISBN 978-5-396-00434-4 : 500.00.	1
2	<b>Петровский И. Г.</b> Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / И. Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=544800">http://znanium.com/bookread2.php?book=544800</a>	
<i>Дополнительная литература</i>		
1	<b>Агафонов С. А.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений : допущено Науч.-метод. советом / С. А. Агафонов, Т. В. Муратова. - М. : Академия, 2008. - 240 с. - (Университетский учебник. Серия "Прикладная математика и информатика"). - Библиогр.: с. 231-232. - Предм. указ.: с. 233-235. - ISBN 978-5-7695-2581-0 : 137.94.	7
2	<b>Егоров А. И.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / А. И. Егоров. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 384 с. - Библиогр.: с. 375-376. - Предм. указ.: с. 377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 150.00.	1
3	<b>Немыцкий В. В.</b> Качественная теория дифференциальных уравнений / В. В. Немыцкий, В. В. Степанов. - М. ; Л. : ОГИЗ Государственное изд-во технико-теоретической лит., 1947. - 448 с. : ил. - ISBN 978-5-4475-1957-5 ; То же [Электронный ресурс]. <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=255775">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=255775</a>	
4	<b>Пантелеев А. В.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. – М.: Логос, 2010. - 384 с.: ил. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0. <a href="http://znanium.com/bookread2.php?book=469288">http://znanium.com/bookread2.php?book=469288</a>	
5	<b>Федорюк М. В.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. - Изд. 3-е, стер. - СПб. : Лань, 2003. - 448 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 445-447. - ISBN 5-8114-0491-3 : 120.00	1
6	<b>Филиппов А. Ф.</b> Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие для студентов вузов : допущено М-вом высшего и среднего спец. образования СССР / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с. : ил. - 0.25.	5
7	<b>Эльсгольц, Л. Э.</b> Вариационное исчисление : учеб. : допущено М-вом общего и спец. образования РФ / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 7-е. - М. : ЛКИ, 2008. - 208 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 202. - Предм. указ.: с. 203-205. - ISBN 978-5-382-00639-0 : 242.87.	3

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>

ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>

ЭБС Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>

ЭБС «ZNANIUM.COM» <http://znanium.com>

## 9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Ауд. 412 корп. Е – аудитория для лекционных, семинарских/практических занятий, индивидуальных/групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Число посадочных мест – 50	Специальное ПО не требуется
Ауд. 406 корп. Е – помещение для самостоятельной работы (компьютерный класс)	Число посадочных мест – 24. Число мест оборудованных компьютерами – 12 с выходом в интернет Оснащенность: компьютер для преподавателя, стационарный проектор, переносной экран	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice
Ауд. 201 корп. Б1 – помещение для самостоятельной работы (читальный зал)	Число посадочных мест – 200. Оснащенность: 3 компьютера для сотрудников; принтер; копир/принтер; проектор; 2 экрана для проектора; ворота «Антивор»; WiFi-точка доступа	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice; автоматизированная информационно-библиотечная система «МАРК – SQL»
Ауд. 202 корп. Б1 – помещение для самостоятельной работы (электронный читальный зал)	Число посадочных мест – 22. Число мест, оборудованных компьютерами – 22 с выходом в интернет. Оснащенность: 4 компьютера для сотрудников; 4 принтера; плоттер; 2 сканера; МФУ; ЛСД ТВ	Свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом LibreOffice; автоматизированная информационно-библиотечная система «МАРК – SQL»

**Приложение к программе дисциплины «Бэровская классификация функций»**

**Практическая подготовка**

Код, направление, направленность	Наименование дисциплины/практики	Число часов дисциплины/практики, реализуемые в форме практической подготовки			
		Всего	Семестр 4		
			Лек	Пр	Лаб
01.06.01 МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	Бэровская классификация функций	2		2	

Код компетенции	Содержание задания на практическую подготовку по выбранному виду деятельности	Число часов практической подготовки			
		Всего	Лекции	Практ. занятия	Лаб. работы
ПК-2	1. Рассмотреть линейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений. 2. Выполнить анализ класса Бэра указанных показателей системы. 3. Упростить систему, пренебрегая возмущениями, не влияющими на отрицательность показателя. устойчивость. 4. Исследовать систему на устойчивость.	2		2	